

# Pruebas Retrospectivas Prueba de Kupiec

Modelos de Contraste Estadístico  
*Reporting Models*

Rodolfo Oconitrillo Brenes  
San José, Costa Rica.  
Marzo 2012



# ¿Qué es el “backtesting”?

## Concepto:

Las pruebas para evaluar el desempeño de las metodologías empleadas en el cálculo del Valor en Riesgo (VaR) son conocidas como pruebas de “Backtesting”. El “Backtesting” es un procedimiento estadístico utilizado para validar la calidad y la precisión de un modelo VaR, mediante la comparación de los resultados reales de las posiciones de *“trading y las medidas de riesgo generadas por los modelos”*. (riesgo de modelo).

## Sustento Legal y Normativo en Costa Rica:

a) Punto V, inciso a, artículo 15, Funciones de la Unidad de Riesgo (Reglamento Sugef 2-10)

*“Ejecutar un programa periódico de pruebas retrospectivas (backtesting) cuando menos una vez al año, en el cual se comparen las estimaciones de la exposición por tipo de riesgo de los modelos internos contra los resultados efectivamente observados para el mismo período de medición y llevar a cabo las correcciones necesarias modificando el modelo cuando se presenten desviaciones significativas.”*

b) Principio 21, Riesgos Financieros, Resolución Sugef 008-2010

*“La junta directiva aprueba los modelos que utilizará la entidad para medir su exposición a los riesgos financieros. Los modelos están debidamente documentados, son objeto de pruebas periódicas de auditoría y de bondad estadística mediante pruebas retrospectivas a fin de verificar que sean robustos y muestren un buen desempeño.”*

# Alcances del Backtesting

## Limpio

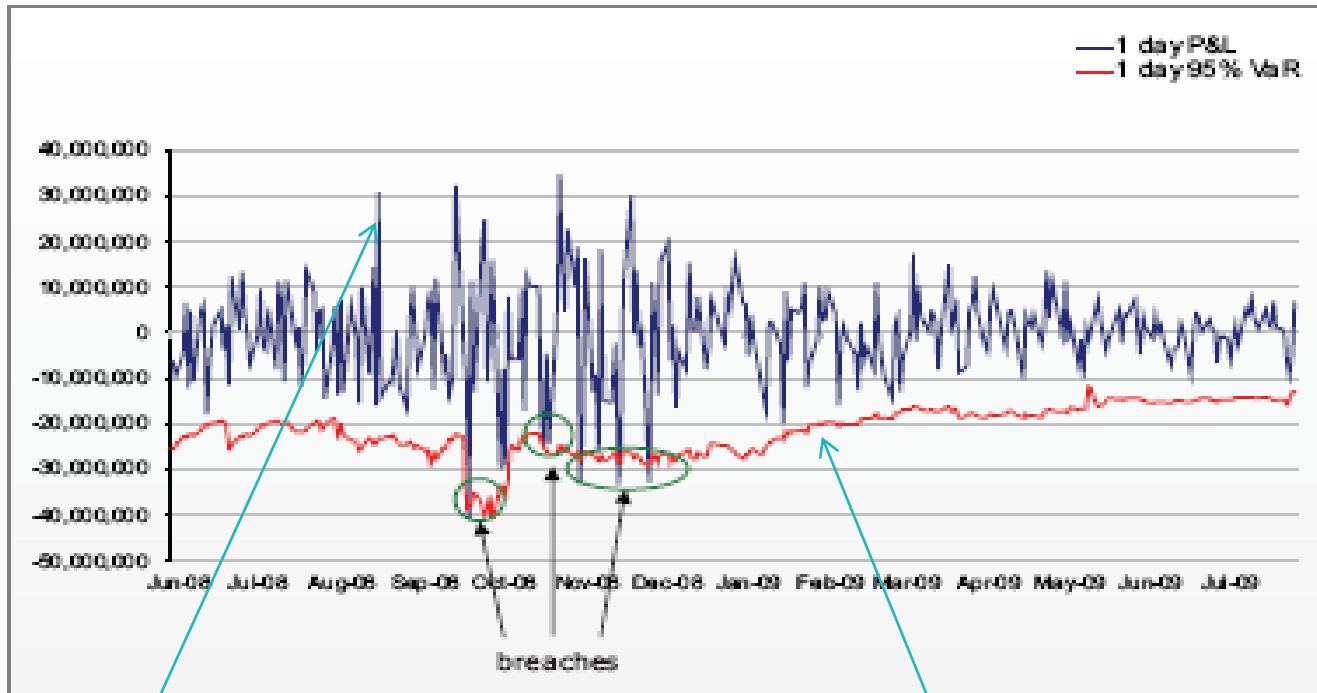
- El VaR Diario se compara con los resultados obtenidos sin tener en cuenta los resultados intradía ni los cambios en las posiciones de cartera.

## Sucio

- El VaR diario se compara con los resultados netos del día, incluyendo los resultados intradía y las comisiones.

# ¿Qué es el “backtesting”?

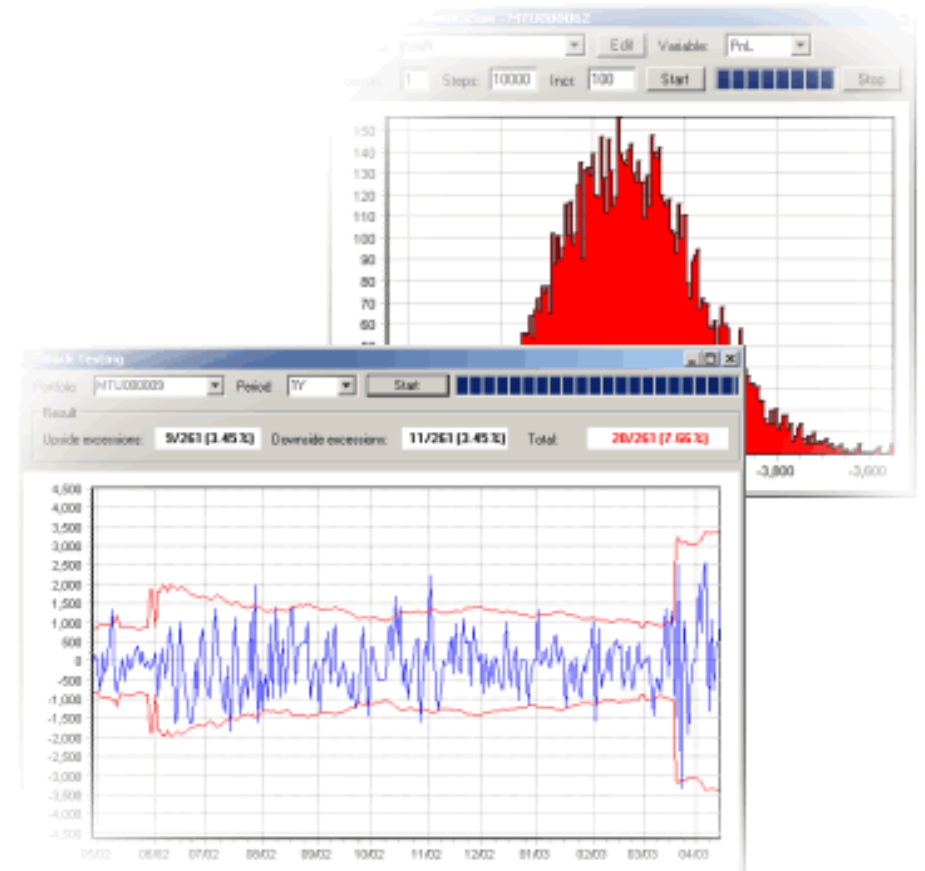
Exhibit 1 – Graphical representation of back testing a VaR



Source: Bloomberg, J.P. Morgan Investment Analytics & Consulting estimates.

Pérdidas y Ganancias a 1 día  
Modelo Delta Norma-Paramétrico

Var a 1 día al 95% de Confianza



# Coberturas y Riesgo de Modelo

$$RMC_{t+1} = \text{Max} \left[ VaR_t ; (3 + s_t) \cdot \frac{1}{60} \sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i} \right]$$

En materia de regulación, el Comité de Basilea establece que los requerimientos mínimos de capital para riesgos de mercado correspondan al máximo entre (i) el VaR del día anterior; y (ii) el promedio de los VaR calculados para los últimos 60 días multiplicado por 3 más un coeficiente  $st$  (denominado “factor aditivo”) relacionado con la calidad del modelo. Si el modelo no es del todo satisfactorio,  $st$  aumenta desde 0 hasta llegar a un valor máximo de 1. Este procedimiento genera incentivos para que los administradores de riesgo procuren mantener modelos VaR bien calibrados.

# Pasos para el “backtesting”. Tipos



$$\text{RMC} = \text{Estimador de Riesgos} * \text{Factor Multiplicador}$$

## Estimador de Riesgos Var

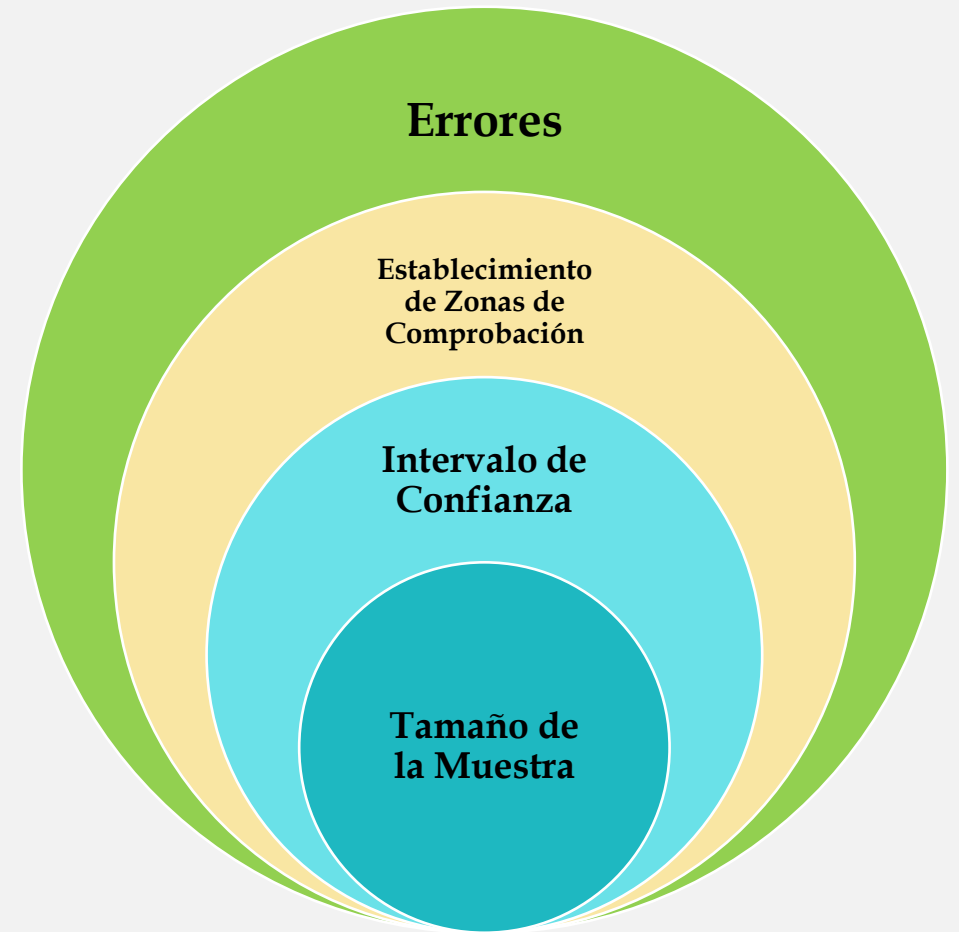
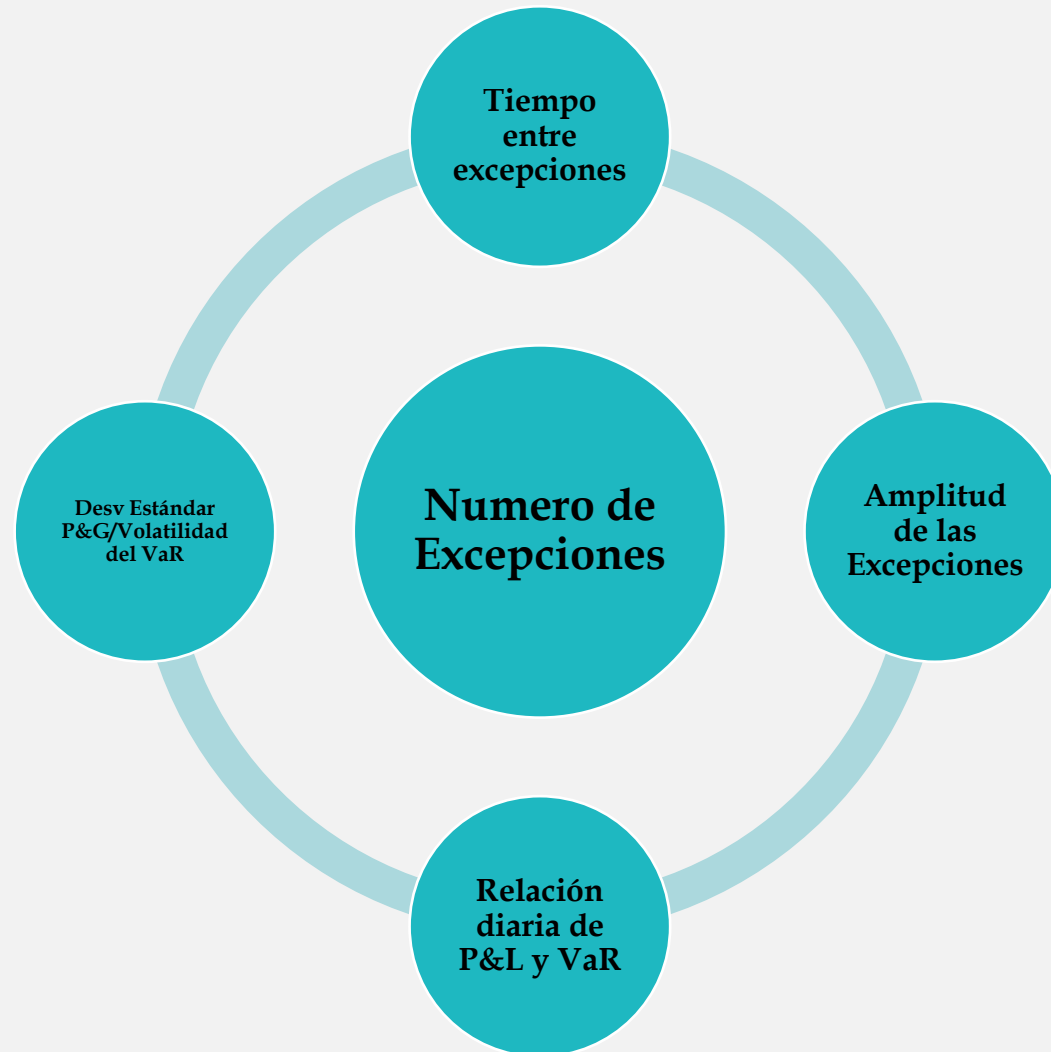
1. Calcular un VaR diario al 95% de intervalo de confianza.
2. Multiplicar por la raíz de 10 (para obtener una media de riesgo de dos semanas).
3. Determinar la media de los últimos 60 VaR.
4. Elegimos el mayor de 2 o 3.

(\*) Muestra Mínima

## Factor multiplicador (k)

1. Establecemos un valor inicial mínimo de  $k = 3$
2. Realizar trimestralmente análisis de contrastación, sobre los estimadores de los últimos 250 (\*) días.
3. Observar el N° de veces (z) que la pérdida excede el VaR para así determinar zonas de contrastación:
  1. Zona Verde (z) < 4 K = 3
  2. Zona Amarilla  $5 < (z) < 10$   $3 < K < 4$
  3. Zona Roja (z) > 10 K = 4

# Indicadores para el Backtesting y Principios Generales



# Tipos de Pruebas Retrospectivas

Kupiec (*)	Comportamiento	Forma
Test de Excesos	Test de Normalidad	Test de Kolmogorov-Smirnov
Test del Tiempo entre Excesos	Test de Asimetría	Test de Kuiper
Test de Proporción de Excesos.	Test de Kurtosis	Estimación de la Varianza Spearman Rank Correlation Medida del Exceso Medio



# Veamos un Ejemplo

## Aplicación Práctica

Cálculo del Test de Kupiec (\*) Pruebas de Hipótesis

- 1) Determinación de las Excepciones
- 2) Tiempo que media hasta la primer excepción
- 3) Frecuencia de Tales Excesos en un período de tiempo determinad

# Modelo de Cálculo del VaR

## Modelo de Medición del Riesgo Precio-VaR del Portafolio (CAPM)

CARTERA PARA CALCULO DEL VaR	BO22000	BCCR280317AC	BCCERO100713	BCCR100914AC
Desviación típica anualizada	0,42%	0,83%	1,11%	1,99%
Peso Relativo	12,14%	57,80%	24,28%	5,78%
Total Inversión	173.000.000,00			
Nivel de confianza	95,00%			
Horizonte temporal VaR (días)	90			

Matriz A (Peso * Riesgo)	0,05%	0,48%	0,27%	0,12%
--------------------------	-------	-------	-------	-------

Matriz A' (Peso * Riesgo)	0,05%
	0,48%
	0,27%
	0,12%
	0,00%

Matriz de correlaciones	BO22000	BCCR280317AC	BCCERO100713	BCCR100914AC
BO22000	100,0%	-84,7%	-59,9%	70,3%
BCCR280317AC	-84,7%	100,0%	68,1%	-69,6%
BCCERO100713	-59,9%	68,1%	100,0%	-32,9%
BCCR100914AC	70,3%	-69,6%	-32,9%	100,0%

Matriz B = A * Matriz Correlaciones	-0,004	0,005	0,005	-0,003
-------------------------------------	--------	-------	-------	--------

Varianza de la cartera	0,000035
------------------------	----------

Riesgo anual de la cartera	0,59%
----------------------------	-------

Riesgo diario de la cartera	0,04%	
VaR 1 día	105.989,20	0,061%
VaR N días	1.005.501,84	0,581%

Factor de Corrección	10,00
----------------------	-------

Requerimiento de Suficiencia Patrimonial	10.055.018,36
--	---------------

Dstd  
Promedio  
C.V.

Día

Día

Día

Día

Día

Día

Día

Día

Día

Día

Día

Día

Día

Día

Día

Día

Día

Día

Inversión

Precio/Tasa	Precio/Tasa	Precio/Tasa	Precio/Tasa
ISIN 1	ISIN 2	ISIN 3	ISIN 4
BO22000	BCCR280317AC	BCCERO100713	BCCR100914AC
0,428953294	0,771623171	1,018859621	1,990405019
102,837382	92,57171977	92,01987761	99,99484453
0,004171181	0,008335409	0,011072169	0,019905076
103,434	92,271	91,589	101,43
103,428	92,279	91,589	101,43
103,425	92,28	91,589	101,43
103,423	92,283	91,589	101,43
103,421	92,285	91,589	101,43
103,569	92,354	91,589	101,43
103,559	92,356	91,589	101,43
103,556	92,356	91,589	101,43
103,553	92,357	91,589	101,43
103,55	92,358	91,589	101,43
102,111	94,004	95,312829	100,203
102,108	94,005	95,317005	100,25
102,105	94,006	95,364601	100,26
102,102	94,006	95,394486	100,26
102,071	94,015	95,626451	100,172
BO22000	BCCR280317AC	BCCERO100713	BCCR100914AC
21.000.000,00	100.000.000,00	42.000.000,00	10.000.000,00

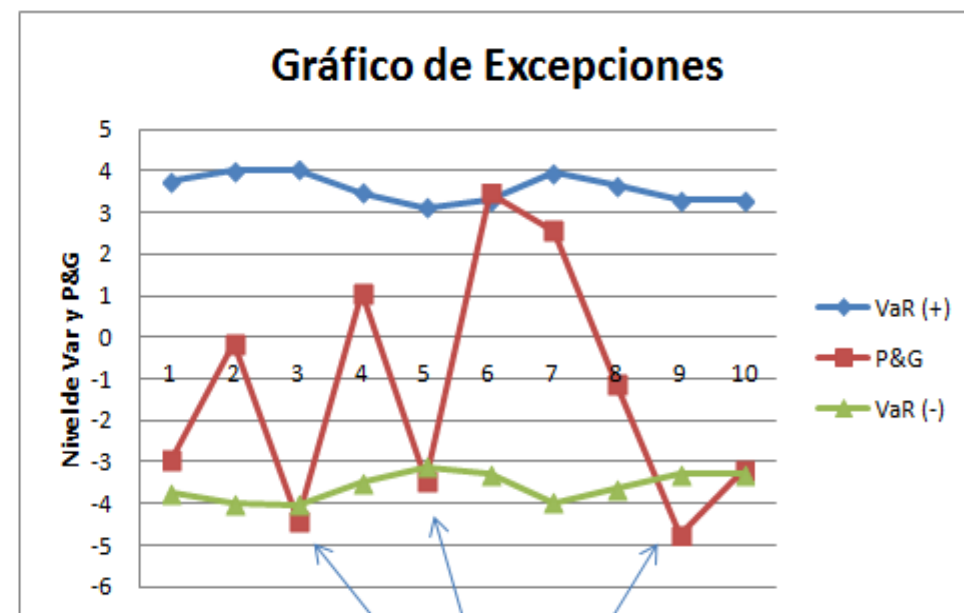
# Ejemplo aplicado

TABLA PARA LA DETERMINACIÓN DE LAS EXCEPCIONES (FRACASOS)  
SOBRE LA BASE DE UN MODELO DELTA NORMAL CON CALCULOS DIARIOS AL 95% DE CONFIANZA  
COOPE XYZ

Pérdidas y Ganancias (Real)	Calculo del VaR al 95%	Condición Valor Absoluto	Determinación y amplitud de la Excepción	Día de la Excepción
-----------------------------	------------------------	--------------------------	--	---------------------

1	03-sep-12	-2,9344	3,7493	2,9344	0	198
2	04-sep-12	-0,1405	4,0047	0,1405	0	199
3	05-sep-12	-4,4001	4,0218	4,4001	0,3783	200
4	06-sep-12	1,0589	3,4724	3,4724	0	201
5	07-sep-12	-3,4392	3,1153	3,4392	0,3239	202
6	10/09/2012	3,4784	3,2979	3,2979	0	203
7	11/09/2012	2,5727	3,9708	3,9708	0	204
8	12/09/2012	-1,1032	3,6416	1,1032	0	205
9	13/09/2012	-4,7493	3,2873	4,7493	1,462	206
10	14/09/2012	-3,1718	3,2873	3,1718	0	207

3,7493	4,0047	4,0218	3,4724	3,1153	3,2979	3,9708	3,6416	3,2873	3,2873
-2,9344	-0,1405	-4,4001	1,0589	-3,4392	3,4784	2,5727	-1,1032	-4,7493	-3,1718
-3,7493	-4,0047	-4,0218	-3,4724	-3,1153	-3,2979	-3,9708	-3,6416	-3,2873	-3,2873



Excepciones

## Primer Excepción

$$R_{\text{verosimilitud}} = -2 \ln \frac{p^* \cdot (1 - p^*)^{H-1}}{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})^{H-1}} \quad (5.8)$$

donde,

$H$  representa el periodo que media hasta el primer exceso.

$p$  denota la verdadera probabilidad cubierta por el  $VeR$ .

$p^*$  es la probabilidad que hemos utilizado para calcular el  $VeR$ . Una vez definidas  $p$  y  $p^*$ , la hipótesis nula se traduce en:

$$p = p^* \quad (5.9)$$

$\hat{p}$  es el estimador máximo verosímil de  $p$ , el cual viene dado por:

$$\hat{p} = \frac{1}{H} \quad (5.10)$$

Número de Excepciones  
Frecuencia

$$R_{\text{verosimilitud}} = -2 \ln \frac{(p^*)^x \cdot (1 - p^*)^{n-x}}{\left(\frac{x}{n}\right)^x \cdot \left(1 - \frac{x}{n}\right)^{n-x}}$$

X= Número de Excepciones

# Referencias Bibliográficas



*Medición de Riesgos de Mercado y Crédito  
Roberto Knop, Roland Ordovás, Joan Vidal*



*El Riesgo de Mercado, su Medición y Control  
José Manuel Feria Domínguez*